

「数学的活動を取り入れた授業」の考察

—中学校数学を例にして—

山本 孝

1. はじめに

平成20年1月の中央教育審議会答申「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について」では、我が国の児童生徒について、思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題等の課題を踏まえ、学習指導要領の改善の方向性が示された。その中に「思考力・判断力・表現力等をはぐくむために、観察・実験・レポート作成、論述など知識・技能の活用を図る学習活動を発達段階に応じて充実させる」とある。こと小学校算数科、中・高等学校数学科の改善の基本方針においても「算数科、数学科については、その課題を踏まえ、小・中・高等学校を通じて、発達段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする」とある。そこで、生徒が数学の学習に主体的に取り組む、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感することが大切であり、そのためには数学的活動の一層の充実が図られなければならないと考える。

2. 数学的活動とは

中学校学習指導要領解説数学編において、数学的活動とは、「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み

を意味する」とされ、さらに「数学的活動の楽しさ」について、「学習することの意義」とともに「必要性を実感」する機会を設けることとしている。これは、これまで以上に情意的な側面を大切にし、数学を学ぶことへの意欲を高めるとともに、数学的活動に主体的に取り組むことができるようにし、数学を学ぶ過程を大切にするものの趣旨によるものであろう。

3. 第2学年「一次関数」を例にして

今回、中学校数学2学年の一次関数を例にして、その単元にどのような数学的活動に取り組む機会を設けていくか、そして、その活動をどのように展開させていくかを考察する。

中学校数学科第2学年の内容の構成には、各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において、次のような数学的活動に取り組む機会を設けることとして、「ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見いだし、発展させる活動」「イ 日常生活や社会で数学を利用する活動」「ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」の3つの類型を示している。

そこで、今年度本学教科教育法（数学）で使用している啓林館「未来へひろがる数学2」を用いて考察を進めてみよう。

3章一次関数の導入題材に、「水面の高さはどう変わるか」として、水を入れてからの時間と、水面からの高さについて、変化の様子を問

うている。これに先の3つの類型を当てはめると、アでは、中学1年で学んだ比例や反比例を基にして、二つの数量の関係をどのようにして表すことができるかを話し合い、考えをまとめる活動。イでは、ヨーヨーを入れる水槽に水を入れたとき、伴って変わる2つの数量を取り出し、それらの間にどのような関係があるか。また、身の周りにあるできごとや日常生活に、関数関係としてとらえることができる事象を探し出し、変化や対応の様子を考察したり予測したりしながら数学を利用する活動。ウでは、一次関数として表された式がどのような性質を持つか。二つの数量の関係が一次関数として表すことができるか。一次関数の式で表すことで、どのような有用性があったか。などを話し合いその根拠を説明し合う活動。などの数学的活動が考えられる。

具体的には、①「水槽に水を入れていくことで、どのような変化が起こるか。変わっていくものは何か。」「そうした変化する二つの量、入れ始めてからの時間を x 、増えた水の高さを y とすると、 x と y の関係はどのような式で表すことができるか。」「伴って変化する二つの量を一次関数で表すことができると思われる事象は身の周りにないか。」「伴って変わる二つの関係を式で表すことで、その関係式の特徴を説明しよう。また、式で表すことで、どのようなことに役立つか。」「長時間、水を入れた後の水面までの高さを予想してみよう。それはどのようなことで確かめられるか。」などの疑問や課題を生徒に投げかける。それに対して、生徒各自が自分の知識や経験を踏まえて意見を発表し合う。自分の考えを文章にまとめてみる。身の周りの様々な自然現象や社会現象等に関するデータを収集整理し、それらの関係が一次関数となっているかを式、表、グラフ等によって考察する。などの数学的活動を通して、これから学習することの意識付けや問題提起を行うことで、言語活動の充実が図られ、さらに学ぶことの楽しさや数学のよさを実感することになる

う。

また、実験や観測等によって得た数値の変化を調べ、式、表、グラフ等で表しそこから読み取れること、二つの数値の関係を求めること、導いた関係式を問題解決に活用すること、などによって、学ぶことの意義や有用性を実感させ、数学的な見方・考え方や数学を活用する能力・態度といった知的成長がもたらされることと考える。

4. 数学的活動を充実させるために

数学的活動を充実させるためには、①活動を導入するタイミング、②活動を提示する方法、③活動における助言やヒントの与え方、④説明や話し合うための形態、⑤学習内容を発展させたり、レポートを作成したり、発表したりする方法、等が適切に行われなければならない。ここでは記録、要約、説明、論述といった学習活動に取り組むことで、言語活動の充実が図られるとともに、他者、社会、自然・環境等との関わりによって、それらと共に生きることの大切さを学ぶことができるといった徳育の充実も図られる。

ここで、先の①～⑤について、具体的な留意点を加える。

- ①数学的活動を授業展開場面のどこに取り入れるかは、指導内容や学習内容によって異なるが、無理に組み込んでこじつけにならないようにする。時間配分に留意しながら、活動の時間が確保できるようにする。
- ②自然事象や社会的事象に関する様々な文章や資料を提示し、それらに関するデータを、式、図表、グラフ等に表したり、それらから読み取った性質や法則などを考察し、話し合ったり、まとめて文章に認めた後に発表したりする。また、教師が指導内容を説明している中で、数学的活動を行うための疑問や課題を与えることもできる。校外に出て、自然現象、社会問題、体験等から感じ取ったことを数学

的な表現を用いて説明するような提示方法もある。

- ③生徒が目的意識をもって主体的に課題解決に取り組むことができる雰囲気づくりは欠かせない。となく、教師主体の活動になりがちであるから、意見が出なかったり、まとめることができなかつたりして、教師に支援を求めてきた場合は、具体的な例や身近な例を用いて活動内容の理解を深めさせ、グループの中のリーダーとなる生徒には話し合いのアドバイス等を最小限にとどめながら適切に与えるなどして、円滑な話し合いができるようにする。
- ④数学的活動の内容によって、一斉学習、個別学習、小集団学習などの学習形態を適宜組み合わせることが重要である。となく、数学的活動となると、小集団活動が主と思われがちであるが、生徒の主体的活動を促す方法や課題によっては、一斉学習の形態によっても可能である。
- ⑤生徒からは、「LED電球が1個、2個と増やすと明るさはどうなるだろうか。」「階段の昇る段数と消費エネルギーの関係はどうだろうか。」「動植物が1年間に一定の割合で絶滅していったとき、残された動植物の種類の数と経過する年数の関係はどうだろうか。」「ケイタイの使用時間と料金の関係はどうだろうか。」など、身の周りの出来事や環境問題、社会問題等の話題が出されたときには、それらを用いて教材化を図り、学習を発展させることで、社会性や人間性といった生徒の幅広い資質や能力の育成も図られる。また、観察や実験等によって得られた概念、法則、性質などを、数学的な表現を用いて根拠を明らかにし、筋道を立てて説明し伝え合う。または、そうした考えをレポートやパネルにして展示発表し合う。などにより、学習内容の定着に加えて、言語活動の充実が図られる。

5. 学生が作成した学習指導案に組み込む

教科教育法（数学）をこれまで受講した学生が、中学校数学2の単元「一次関数」を模擬授業するに当たって作成した学習指導案（資料1）及び（資料2）について、どのように数学的活動を組み込むかを考察してみよう。

資料1では、導入において、関数の定義を理解した後に、「1学年で学習した比例、反比例は関数関係になっているか。その根拠な何か。」「身の周りや自然事象などで関数関係となっているものはないか。」、あるいは例1、例2を説明した後「 x 、 y はどのような関係になっているか。それらの関係は、どのような x 、 y の値に対しても成り立つか。」と課題を投げかけ、数学的活動に取り組ませることができる。

資料2では、水を入れ始めてからの時間 x と水槽の底から水面までの高さ y の変化の様子について、「どのようなことが推測できるか。その根拠をどのような方法で説明したらよいか。」「このような x 、 y の関係と同じような事象が身の回りにないか。」「1学年で学習した比例、反比例はこのような1次関数になっているか。その根拠な何か。」などの課題を提示することができる。

これらの課題は一斉学習での学習形態の中で教師が全生徒に問いかける方法で提示され、その課題に生徒各自が主体的に取り組むことで数学的活動が行われるが、生徒の考えや答えが教師の誘導によって引き出され、それらを教師が評価するといった方法に終始せずに、生徒相互のコミュニケーションや論述、説明が図られるように心掛けたい。また、小集団学習であっても、その集団の形態や構成の決定に多くの時間が取られては、共同のコミュニケーションが図られないばかりか、貴重な時間の浪費に陥ることになるので、事前の準備を万端にしたい。いずれにせよ、思い付きで数学的活動を取り込むことは避けたい。

6. 研究のまとめ

これまでの子どもたちの学力に関する各種の調査結果で、知識・技能の活用などの思考力・判断力・表現力等の課題が提起された。そこで、そうした資質能力をはぐくむためにも、教科指導の中で、基礎的・基本的な知識・技能の習得とともに、観察・実験やレポートの作成、論述といった数学の知識・技能を活用する学習活動を充実させることが必要と考える。

今回、中学校数学において数学的活動を取り入れ、基礎的・基本的知識・技能を習得し、数学的に考える力をはぐくみ、数学のよさを知り、数学が生活に役立つことや科学技術との関係などについての理解を深め、事象を数理的に考察する能力と態度を養う授業のあり方を考察した。そこには、これまで教師主導型の授業形態を主としてきた教師にとって意識の切り替えをしていかなければならない。併せて、日々の生活の中から様々な事象を数学的活動に取り入れようとする姿勢や数学が生活に役立つこと、深い関連があることなどを意図的に生徒に提示する意識を教師自らが身に付けていかなければならない。といった教師側の姿勢や意識に関わる大きな課題が浮かび上がってきた。

社会の急激な変化に伴い学校教育に求められる役割や内容が変わってきた。そのことを踏まえ、新たな学びに対応した指導法の開発が急がれる。新たな学びは、生徒自身が主体性をもって課題を探究していく学習形態の中で実現されるものである。それには、教師自らが能動的な研鑽に努め、課題を設定し、その解決に向けた探求的活動を行うという学びの流れを意欲的に実践し、新しい学びの指導法を体得することが必要であるが、その実践をとおして生徒に新たな学びの模範例を提示することにもなる。加えて、そうした指導法の研究や実践に打ち込む教師の姿勢や意欲が、生徒たちの学ぶ意欲の向上に大きな影響を及ぼすことは明白である。さらに、教師自らが授業に感動と喜びをもって生徒

に接することで、生徒は教師への信頼感を増し、数学に対しても興味や関心を呼び起こすことになることも付け加えておきたい。

(資料1) 数学科学習指導案

1. 日 時
2. 指導 学 級 年 組
3. 使用教科書 「中学校 数学 2 (学校図書)」
4. 単 元 名 3 章 1 次関数
5. 単 元 題

具体的な事象の中から取り出した 2 つの数量の関係が、観察や実験などを基にし、1 次関数であるとみなせる場合、そのことを根拠として変化や対応の様子を考察したり予想したりすることができる。また、実験の結果と予想を比較検討し、説明し伝え合う活動を通して、その食い違いの原因を考えたり、より良い予想のための手立てを工夫したりすることもできる。

第 1 学年では具体的な事象における 2 つの数量の変化や対応を調べ、関数関係について理解し、比例、反比例を関数として捉えなおした。

第 2 学年では、比例、反比例の学習を基に 1 次関数について理解し、関数関係についての理解を深める。また、1 次関数の特徴を表、式、グラフで捉えるときにも、それらを相互に関連付けることで、1 次関数についての理解を深める。2 元 1 次方程式と 1 次関数の関連を理解することによって、連立 2 元 1 次方程式の解の意味を理解することができる。

6. 単元目標

具体的な事象における 2 つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、1 次関数について理解する。さらに、関数関係を見出し、表現し考察する能力を養う。

1 次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解する。また、2 元 1 次方程式を関数で表す式と見ることができ、2 元 1 次方程式のグラフを書くことができる。それによって、連立 2 元 1 次方程式の解の意味を理解することができる。1 次関数を用いて具体的な事象を捉え、説明することができる。

7. 評価基準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
1 次関数で表すことができ、具体的な事象の 2 つの数量について、1 次関数でとらえることができる。	グラフから式を表すことができ、また、連立 2 元 1 次方程式の解の意味を理解することができる。	1 次関数と 2 元 1 次方程式を関数の式を見て、グラフを書くことができる。また、表、式、グラフを相互に関連付けて理解できる。	1 次関数を用いて、具体的な事象を捉え、説明することができる。

8. 指導計画

- 3 章 1 次関数(全 21 時間)
- ① 1 次関数
 - (1) 1 次関数 (4 時間) ← 本時 1/4 時間目

- (2) 1 次関数のグラフ (6 時間)
- (3) 直線の式の求め方 (3 時間)
- (4) 1 次関数の利用 (2 時間)
- ② 方程式と 1 次関数 (5 時間)
- ③ まとめ (1 時間)

9. 本時の目標

「 x の値を決めるとそれに対応する y の値がただ 1 つ決まるとき、 y は x の関数である。」ということを知り、関数の意味について理解する。

10. 本時の展開

過程	指導内容	学習内容	指導上の留意点	評価の観点
導入 (5 分)	関数について教える。	ともなっている 2 つの変数 x, y があって、 x の値を決めるとそれに対応する y の値がただ 1 つ決まるとき、 y は x の関数である。※1	P 50 関数について、重要部分に注意しながら教える。	関数に関して、※1 の意味を理解することができる。【数】
展開 (15 分)	例 1 長さ 50 m のテープを x m 使った残りを y m とすると、「10 m 使った残りは 40 m」のように、 x の値を決めるとそれに対応する y の値がただ 1 つ決まる。したがって、 y は x の関数である。	例 2 定形外郵便物の料金は、右の表のように、重量によって変わってくる。 x g の郵便物の料金を y 円とすると、「170 g の郵便物の料金は 240 円」のように x の値を決めるとそれに対応する y の値がただ 1 つ決まる。したがって、 y は x の関数である。	10 分 P 60 図を用いて説明する。	例 1、例 2 の問題に関して、自ら考える。【図】
まとめ (10 分)	1 次関数(次時の説明) 次数の説明から「1 次関数とは一番大きい次数が 1 の関数である。」ことを説明する。 前面の提示(関 1 (1)(2)(3))	関数だと思ふ事象をノートに書く。	5 分	関数について理解することができる。【知】

(資料2) 数学 (中学校) 学習指導案

- 1、 日 時
 - 2、 指導学級 第2学年3組
 - 3、 使用教材 啓林館 数学2
 - 4、 単元名 第3章 一次関数
 - 5、 単元目標 具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、一次関数について理解するとともに、関数関係を見出し表現し考察する能力を養う。
 - 6、 指導計画
 - 1、一次関数とグラフ (7時間)・・・(本時1/7時間)
 - 2、一次関数と方程式 (4時間)
 - 3、一次関数の利用 (3時間)
- 計15時間
- 7、 本時の目標 第1学年で学習した比例、反比例を基に、一次関数について理解し、関数関係についての理解を深める。また、一次関数が一般的に a, b を定数として、 $y=ax+b$ という式であらわされることを理解する。
 - 8、 本時の展開

過程	指導内容	学習活動	指導上の留意点
導入 (10分)	p50～p51 水を入れ始めてからの時間を x cm、底からの高さを y cm として変化のようすを調べる。	p50の表を埋める。	表をうめ終わったら、表がわかることを考えてもらう。

展開 (35分)	y が x の関数で $y = 2x + 8$ $y = 2x$ のように y が x の一次式であらわされるとき y は x の一次関数であるという。	表を埋め、 (1) x の値が1増えると y の値が2増える。 (2) x の値が2倍3倍4倍になると y のあたかも2倍3倍4倍になる。 (3) x と y の関係 $y = 2x$ がわかる。	y が x の一次式であらわされることに注意する。 定数 $b = 0$ の場合 $y = ax$ となり比例の関係になる。 比例は一次関数の特別な場合である。 反比例は一次関数ではないことに注意する。
	関数の定義 ともなう変わる2つの変数 x, y があるとき、 x の値を決めるとそれに対応して y の値がただ1つ決まるとき、 y は x の関数であるということを確認する。	午後の表を埋めた後、グループを作り、午前とは何が違うのか、また、午後の表からわかることを話し合う。 午後の場合、 $y = 2x + 8$ となることもわかる。 y が x の関数で $y = 2x + 8$ $y = 2x$ のように y が x の一次式であらわされるとき y は x の一次関数であるということがわかる。 一次関数は x に比例する部分 a と定数 b の和の形になっている。	
まとめ (5分)	本時のまとめ		一次関数とは y が x の一次式であらわされることを確認する